

Анкета учасника 1-го туру
Всеукраїнської олімпіади ДонНУЕТ
імені Михайла Туган-Барановського 2018 року
з МАТЕМАТИКИ

Прізвище _____

Ім'я _____

По батькові _____

Місце проживання _____

Назва та адреса _____

навчального закладу _____

Номер телефону _____

E-mail _____

Частина 1 (базовий рівень)
(16 завдань, одна правильна відповідь на завдання)

Завдання 1-16 мають п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді. (Оцінка за завдання – 2 бали)

1 Обчислити значення виразу : $\frac{3^{-0,4} \cdot 9^{1,2}}{27^{\frac{1}{3}}}$ =

А	Б	В	Г	Д
9	1/3	3	1/9	$3\sqrt{3}$

Відповідь: _____

2 Обчислити значення виразу $\log_5 49 + 4\log_{25} \frac{5}{7}$

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	4	25

Відповідь: _____

3 На рисунку 1 зображено графік функції $y=f(x)$, яка визначена на відрізку $[-2; 3]$. Скільки всього цілих розв'язків має нерівність $f(x) < -x$ на цьому відрізку?

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	0

Відповідь: _____

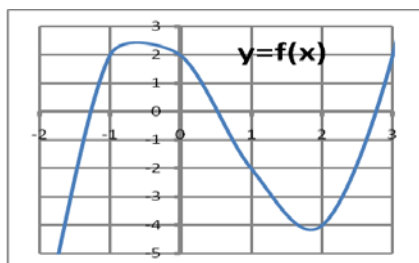


Рис.1

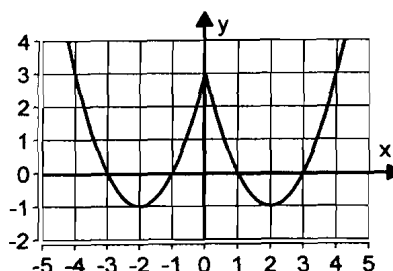


Рис. 2

4 На рисунку 2 зображено графік функції

А	Б	В	Г	Д
$y = x^2 + 4 x + 3;$	$y = x^2 - 4 x + 3;$	$y = x^2 - 4x + 3 ;$	$y = x^2 - 4 x + 3 ;$	$y = x^2 + 3 x + 3;$

Відповідь: _____

5 У першій стопці 150 зошитів, із них 32% становлять зошити в клітинку, у другій стопці 210 зошитів, із них 20% становлять зошити в клітинку. Який відсоток становлять зошити в клітинку від загальної кількості зошитів?

А	Б	В	Г	Д
52,0%	12,0%	16,0%	25,0%	28,75%

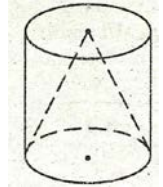
Відповідь: _____

6 Розв'язати рівняння $5^{\sin x} - 5^{\sin x - 1} = \frac{4}{25}$;

А	Б	В	Г	Д
$(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{2} + \pi k$	$(-1)^k \frac{3\pi}{2} + \pi k$

Відповідь: _____

7 У циліндр вписаний конус (див. рисунок). Знайдіть об'єм конуса, якщо об'єм циліндра дорівнює 300 см^2 .



А	Б	В	Г	Д
50 см^2	150 см^2	300 см^2	100 см^2	200 см^2

Відповідь: _____

8. Встановити область значень $y = (\sin x - \cos x)^2$

А	Б	В	Г	Д
$[0;2]$	$[0;1]$	$[0;4]$	$[0;(1+\sqrt{3})^2/4]$	$[0;(1+\sqrt{2})^2/4]$

Відповідь: _____

9. Турист, піднімаючись на вершину гори заввишки 2500 м, дістався за першу годину відмітки 580 м, а за кожну наступну годину піднімався на висоту, на 40 м меншу, ніж за попередню. За який час турист сягне вершини гори, піднімаючись від її підніжжя?

А	Б	В	Г	Д
2 год.	3 год.	4 год.	5 год.	6 год.

Відповідь: _____

10. На відрізку $x \in [\sqrt{11}; \sqrt{13}]$ вираз $|2x - 6| - |x - 1| - |x - 5|$ тотожно дорівнює

А	Б	В	Г	Д
$2-2x$	$x-7$	$5-x$	$2x-10$	0

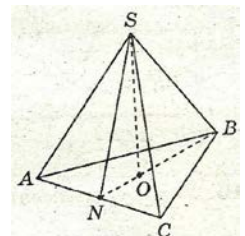
Відповідь: _____

11. Многочлен $P(x)$ при діленні на $(x-3)$ дає залишок 7, а при діленні на $(x+2)$ дає залишок 2. Знайти остачу від ділення $P(x)$ на $(x-3)(x+2)$.

А	Б	В	Г	Д
$-x+4$	$x+4$	14	$7x+2$	x^2+4

Відповідь: _____

12. Висота правильної трикутної піраміди $SABC$ (див. рисунок) дорівнює $2\sqrt{3}$, а апофема – 4. Знайдіть градусну міру двогранного кута з ребром AC .



А	Б	В	Г	Д
30°	45°	60°	90°	75°

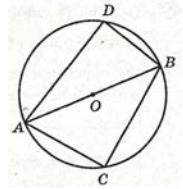
Відповідь: _____

13. Якщо пара чисел x і y - рішення системи $\begin{cases} 17x + 16y = 50; \\ 39x + 42y = 120; \end{cases}$ то значення виразу $x+y$ дорівнює

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

Відповідь: _____

14. Дано коло, діаметр якого AB ; $\angle BAC = 45^\circ$; $BC = \sqrt{2}$ (див. рисунок). Знайдіть DB , якщо $\angle DAB = 30^\circ$.



А	Б	В	Г	Д
2	4	1	1/2	$2\sqrt{3}$

Відповідь: _____

15. Рівняння дотичної до графіка функції $y = tg 3x$ в точці з абсцисою $x = \frac{\pi}{3}$ має вигляд

А	Б	В	Г	Д
$y = 3x - \pi$	$y = 3x + 3\pi$	$y = 3x$	$y = x - 3\pi$	$y = x - \pi$

Відповідь: _____

16. Нехай в урні знаходиться 5 білих куль, 3 – червоні і 4 – зелених. З урни навмання вийняли кулю. Яка імовірність того, що дана куля кольорова?

А	Б	В	Г	Д
7/12	5/7	12/35	5/12	3/5

Відповідь: _____

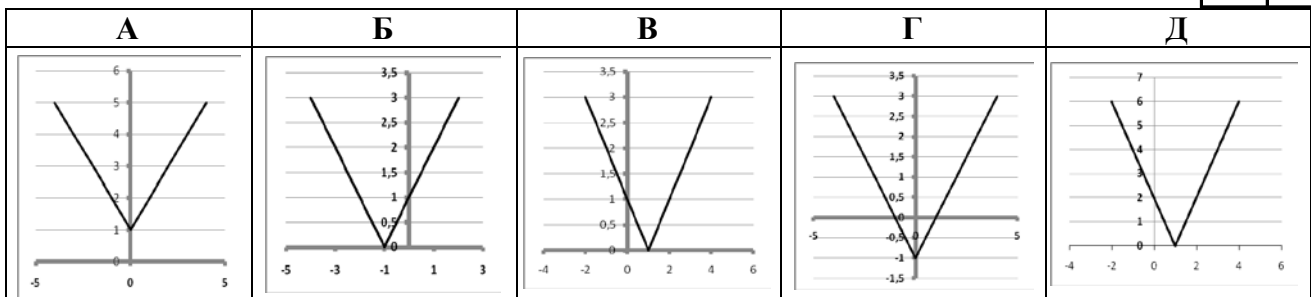
Частина 2 (середній рівень)
(8 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

У завданнях 17-24 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. (Завдання на встановлення відповідності оцінюється в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали)

17. Установіть відповідність між функцією, заданою числом (1– 4) та її графіком (А – Д).

1. $y = |x| + 1$; 2. $y = |x| - 1$; 3. $y = |x + 1|$; 4. $y = |x - 1|$;

1	
2	
3	
4	



18. На рисунку 3 зображено графік функції $y=f(x)$, яка визначена на проміжку $(-\infty; \infty)$. Встановіть відповідність між функцією (1-4) та точкою перетину її графіка з віссю OX (А – Д).

1. $y=f(x+1)$ А. (3;0)
 2. $y=f(x-1)$ Б. (6;0)
 3. $y=3 f(x)$ В. (0;0)
 4. $y=f(x)-1$ Г. (2;0)
 Д. (1;0)

1	
2	
3	
4	

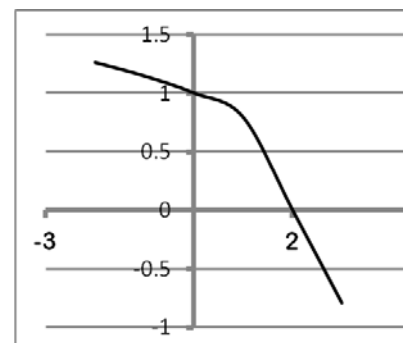
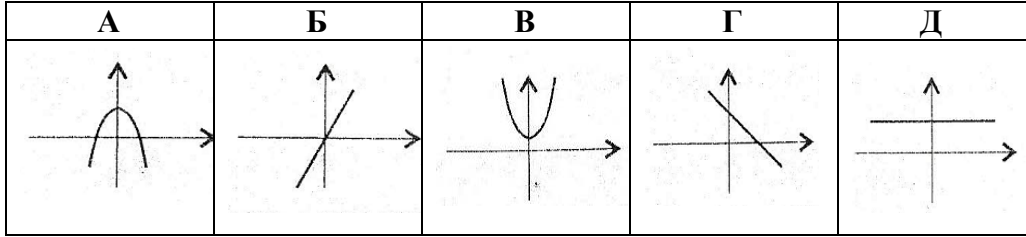


Рис. 3

19. Установіть відповідність між функцією, заданою числом (1– 4) та графіком її похідної (А – Д). 1. $y = 2x - x^3$; 2. $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x$; 3. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$; 4. $y = 3x - 4$;



1	
2	
3	
4	

20. Установіть відповідність між виразом (1– 4) та його значенням (А – Д).

Вираз	Значення виразу
1 $(\sqrt{27} - \sqrt{48})\sqrt{3}$	А -3
2 $\frac{1}{\sqrt{5}}(5\sqrt{5} - \sqrt{20})$	Б -6
3 $(\sqrt{21} + \sqrt{15})(\sqrt{15} - \sqrt{21})$	В 9
4 $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 + 6\sqrt{3}$	Г 6
	Д 3

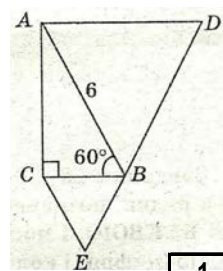
1	
2	
3	
4	

21. Установіть відповідність між нерівностями (1 – 4) та їхніми розв'язками (А – Д).

	Нерівність	Розв'язок
1	$\frac{1}{x} \leq -x$	А $(-\infty; -1] \cup (0; 1]$
2	$\frac{1}{x} \geq -x$	Б $(-\infty; 0)$
3	$\frac{1}{x} \leq x$	В $[-1; 0) \cup [1; +\infty)$
4	$\frac{1}{x} \geq x$	Г $[-1; 1]$
		Д $(0; +\infty)$

22. На рисунку зображено прямокутний трикутник ABC, гіпотенуза якого дорівнює 6, а гострий кут - 60°. На гіпотенузі АВ побудовано рівносторонній трикутник ABD, а на катеті ВС - рівносторонній трикутник BCE. Установіть відповідність між площами заданих фігур (1– 4) й числовими значеннями (А – Д).

зображено прямокутний трикутник ABC, гіпотенуза якого дорівнює 6, а гострий кут - 60°. На гіпотенузі АВ побудовано рівносторонній трикутник ABD, а на катеті ВС - рівносторонній трикутник BCE.



1	
2	
3	
4	

Площа	Числове значення
1 Площа трикутника ABC	А $\frac{27\sqrt{3}}{2}$
2 Площа трикутника CBE	$\frac{2}{2}$
3 Площа фігури ADBC	Б $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
4 Площа трикутника ADC	В $\frac{9\sqrt{3}}{4}$
	Г $12\sqrt{3}$
	Д $9\sqrt{3}$

1	
2	
3	
4	

23. Установіть відповідність між формулою (1 – 4) та назвою графіка функції (А – Д).

Формула	Назва графіка
1 $(x+3)^2 + (y-\sqrt{5})^2 = 16$;	А Пряма
2 $y = x - 1 - 2x^2$;	Б Парабола
3 $ x - 1 + y + 2 = 2$;	В Гіпербола

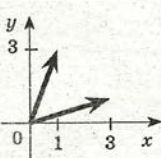
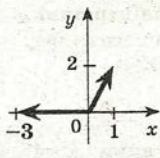
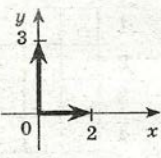
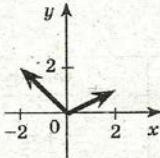
1	
2	
3	
4	

$$4 \quad y = \frac{x-1}{x+1};$$

Г Коло

Д Квадрат

24. Установіть відповідність між векторами, зображеними на рисунку (1– 4), та їхніми скалярними добутками (А – Д).

Вектор		Скалярний добуток векторів
1 	2 	А -3
3 	4 	Б -2
		В 3
		Г 0
		Д 6

1	
2	
3	
4	

Частина 3 (високий рівень)

(6 завдань, завдання відкритої форми)

Розв'яжіть завдання 25-30. Одержані відповіді запишіть у вигляді цілого числа або десяткового дробу. (Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів)

25 У посудині було 20 л соляної кислоти. Частину кислоти відлили й посудину долили водою. Потім знову відлили стільки ж і знову долили водою. Скільки рідини відливали кожен раз, якщо в посудині виявився 49% розчин кислоти?

Відповідь: _____

26. Знайдіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності $3^{2x^2-x+1} - 4 \cdot 5^{2x^2-x-1} \geq 5^{2x^2-x} - 16 \cdot 3^{2x^2-x-1}$. Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь: _____

27. Розв'язати систему рівнянь.
$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-5)^4; \\ 4 \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right) = 4x^2 + 4x + 5; \end{cases}$$
 Якщо система має єдиний розв'язок

$(x_0; y_0)$, то у відповідь запишіть суму $x_0 + y_0$; якщо система має більше, ніж один розв'язок, то у відповідь запишіть кількість усіх розв'язків.

Відповідь: _____

28. Бічне ребро правильної трикутної призми 2 м, сторона основи 3 м. Знайти діаметр описаної кулі.

Відповідь: _____

29. Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями $y = x^2 - 5x + 6$, $y = -x + 3$;

Відповідь: _____

30. Знайти значення параметра a , при якому система
$$\begin{cases} (a+1)x + 8y = 4a; \\ ax + (a+3)y = 3a - 1; \end{cases}$$
 має безліч розв'язків. У відповідь запишіть суму розв'язків.